BIENVENUE AU LYCEE JEAN ROSTAND
MANTES LA JOLIE

Afin de bien préparer votre rentrée scolaire en classe de seconde générale et technologique, l'équipe pédagogique des enseignants de mathématiques vous a préparé un petit dossier de révisions.

- Ce dossier se compose de cinq fiches de révision portant sur des notions importantes abordées au collège.

- Revoir ces notions vous permettra de prendre un bon départ en mathématiques dans votre scolarité lycéenne.

- Chaque fiche comporte un encadré de rappels de cours et plusieurs exercices d'application que nous vous encourageons à faire le plus sérieusement possible.

MINIMUM QUINZE JOURS AVANT LA RENTREE, IL EST IMPORTANT DE SE REPLONGER PROGRESSIVEMENT DANS LE TRAVAIL AFIN DE DEMARRER L'ANNEE DANS LES MEILLEURES CONDITIONS.

LA SEMAINE DE LA RENTREE, VOUS SEREZ EVALUES LORS D'UN TEST DE MATHEMATIQUES PORTANT SUR CE DOSSIER , DANS LEQUEL VOUS AUREZ A TRAITER UN EXERCICE PAR THEME.

En attendant de se rencontrer en septembre, nous vous souhaitons d'excellentes vacances ainsi que de bonnes révisions.

Vos futurs enseignants de mathématiques

Développer un produit

Développer un produit, c'est le transformer en somme.

Pour cela, on utilise

- soit la ***distributivité*** :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b = ka + kb$$

$$(a + b)(c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d = ac + ad + bc + bd$$

- soit les ***identités remarquables*** :

$$(1)\ (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(2)\ (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(3)\ (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Exemples : Développer et réduire les expressions suivantes

- $A = 3(x-1)$
  On utilise la distributivité : $A = 3 \times x + 3 \times (-1) = 3x - 3$
- $B = (2x + 1)(x - 3)$
  On utilise la distributivité : $B = (2x + 1)(x - 3) = 2x \times x + 2x \times (-3) + 1 \times x + 1 \times (-3)$
  $B = 2x^2 - 6x + x - 3 = 2x^2 - 5x - 3$
- $C = (x-3)^2$
  On utilise l'identité remarquable (2) : $C = x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2 = x^2 - 6x + 9$
- $D = (2x + 1)(2x - 1)$
  On utilise l'identité remarquable (3) : $D = (2x)^2 - 1^2 = 4x^2 - 1$
- $E = (3x + 2)^2$
  On utilise l'identité remarquable (1) : $E = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2 = 9x^2 + 12x + 4$

Vous savez tout sur le développement, à vous de jouer maintenant …

Exercice 1 **:** Développer et réduire les expressions suivantes à l'aide de la distributivité :

$A = (2x - 3)(x + 2)$ $\quad$ $B = 3x(x + 1)$ $\quad$ $C = (x - 5)(3x + 4)$

Exercice 2 **:** Développer et réduire les expressions suivantes à l'aide des identités remarquables :

$A = (x - 6)(x + 6)$ $\quad$ $B = (2x - 3)^2$ $\quad$ $C = (x + 2)^2$

Exercice 3 **:** Développer et réduire les expressions suivantes :

$A = (x + 3)^2 + (2x - 5)(x + 4)$

$B = (x + 8)^2 - (x - 8)^2$

$C = 15x(2x - 1) + (x - 3)^2$

Factorisation

Factoriser une somme (ou un différence), c'est la transformer en produit :

- $\underbrace{k\times a+k\times b}_{somme}=\underbrace{k\times(a+b)}_{produit}$, k est appelé facteur commun.

- Pour les identités remarquables :
  - $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$
  - $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$
  - $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

<u>Exemple :</u> Factoriser les expressions suivantes :

- $A=3x+6$, on repère le facteur commun, ici 3 :
  $A=3x+6=\underline{3}\times x+\underline{3}\times 2=3(x+2)$
- $B=5x^2-3x$, ici, le facteur commun est x :
  $B=5x^2-3x=5\times\underline{x}\times x-3\times\underline{x}=x(5x-3)$
- $C=(3-5x)(x+2)-5(3-5x)$, ici, le facteur commun est $(3-5x)$:
  $C=\underline{(3-5x)}(x+2)-5\underline{(3-5x)}=(3-5x)(x+2-5)=(3-5x)(x-3)$
- $D=4x^2-20x+25$, ici, pas de facteur commun, il s'agit d'une identité remarquable :
  $D=(2x)^2-2\times 2x\times 5+5^2=(2x-5)^2$

<u>Exercice 1 :</u> Factoriser les expressions suivantes :

$A=8x-16$ $\quad B=14+21x$ $\quad C=7x^2+2x$

$D=x^2-x$ $\quad E=5x^3+25x^2$ $\quad F=8x-16x^3$

<u>Exercice 2 :</u> Factoriser les expressions suivantes :

$A=2(3x+2)+(3x+2)(x+8)$ $\quad B=(x-5)(7x-1)+(x-5)(3x+4)$

$C=(8-2x)(x-1)-(4-5x)(8-2x)$ $\quad D=(6x+7)(7-4x)-(6x+7)$

<u>Exercice 3 :</u> Factoriser les expressions suivantes :

$A=x^2+4x+2$ $\quad B=9-6x+x^2$ $\quad C=16x^2+24x+9$

$D=x^2-25$ $\quad E=49-81x^2$ $\quad F=x^2-x+\frac{1}{4}$

<u>Exercice 4 :</u> Factoriser les expressions suivantes :

$A=x^2-8x+16+(x-4)(3x+2)$ $\quad B=x^2-64+(2x-3)(x-8)$

$C=(3x+2)^2-(1-5x)^2$ $\quad D=(2x+3)^2-4x^2+9$

CALCULER AVEC DES FRACTIONS

Addition et soustraction : Les fractions doivent être au même dénominateur.

$$\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c} \rightarrow \frac{2}{3} + \frac{7}{3} = \frac{9}{3} = 3.$$

Multiplication : On multiplie les numérateurs et les dénominateurs entre eux.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \rightarrow \frac{-3}{5} \times \frac{1}{7} = \frac{-3\times1}{5\times7} = -\frac{3}{35}$$

Division : Diviser par une fraction c'est multiplier par son inverse.

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc} \rightarrow \frac{\frac{3}{4}}{\frac{9}{2}} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{9} = \frac{3\times2}{4\times9} = \frac{3\times2}{2\times2\times3\times3} = \frac{1}{2\times3} = \frac{1}{6}$$

Multiplications et divisions sont prioritaires sur additions et soustractions.

Applications : Effectue les calculs suivantset écris les résultats sous forme irréductible :

A = $\frac{5}{4} + \frac{3}{2}$; B = $\frac{1}{3} - \frac{4}{5}$; C= $\frac{9}{2} \times \frac{8}{27}$; D = $\frac{18}{5} \div \frac{2}{25}$;

E = $\frac{5}{4} + \frac{11}{4} \times \frac{20}{33}$; F = $\frac{5}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{21}{5}$; G = $\left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) \div \frac{7}{6}$

CALCULER AVEC DES PUISSANCES

$a^m \times a^n = a^{m+n} \rightarrow$ $2^3 \times 2^6 = 2^{3+6} = 2^9$

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \rightarrow \frac{5^8}{5^2} = 5^{8-2} = 5^6$

$(a \times b)^n = a^n \times b^n$; $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \rightarrow (3 \times 7)^2 = 3^2 \times 7^2$; $\frac{8^4}{2^4} = (\frac{8}{2})^4 = 4^4$.

$(a^n)^m = a^{n\times m} \rightarrow$ $(10^3)^5 = 10^{3\times5} = 10^{15}$

$a^0 = 1; a^{-n} = \frac{1}{a^n}$; $10^4 = 10\,000$ (4zéros après 1) ; $10^{-4} = 0.0001$(4 zéros avant 1).

L'écriture scientifique d'un nombre est égale au produit d'un nombre avec un seul chiffre non nul avant la virgule par une puissance de 10.

Exemples : 15 000 = 1.5×10^4 ; $0.000562 = 5.62 \times 10^{-4}$

Applications : 1) Donner le résultat sous la forme de a^nde :

A= $5^{-3} \times 5^6$; B = $\frac{3^5}{3^2}$; C=$(2^5)^3$; D= $\frac{8^3}{2^3}$ E=$5^6 \times 4^6$.

2) Calculer chaque expression et donner le résultat le résultat sous forme scientifique :

A = $\frac{3\times10^3\times2\times10^{-1}}{12\times10^{-2}}$; B = $\frac{35\times10^{-3}\times3\times10^5}{21\times10^{-1}}$

Equations et inéquations du premier degré.

Equations du premier degré :

- ▷ Une équation du premier degré est une égalité qui peut se ramener sous la forme $ax + b = 0$ où a et b sont des nombres et x est un nombre appelé l'inconnue de l'équation.
- ▷ Résoudre une équation, c'est trouver toutes les valeurs de l'inconnue x telles que l'égalité soit vraie.

Les règles de manipulations des équations sont les suivantes :

- ↪ On ne change pas une équation si on ajoute ou on soustrait un même nombre aux deux membres de celle-ci.
- ↪ On ne change pas une équation si on multiplie ou on divise par un même nombre non nul les deux membres de celle-ci.

Exemple : Résolvons l'équation $3x + 5 = 11$.

La méthode est « d'isoler » l'inconnue x sur la gauche de l'égalité.

Etape 1 :	$3x + 5 = 11$	On « passe » le 5 à droite en soustrayant 5 des deux côtés.
Etape 2 :	$3x + 5 - 5 = 11 - 5$	On simplifie les deux membres.
Etape 3 :	$3 \times x = 6$	On « passe » le 3 à droite en divisant par 3 des deux côtés.
Etape 4 :	$\dfrac{3 \times x}{3} = \dfrac{6}{3}$	On simplie les deux membres.
Conclusion :	$x = 2$	L'unique solution de l'équation $3x + 5 = 11$ est donc 2.

Exercice : Résoudre les équations suivantes :

a) $x + 7 = 0$ c) $4x + 12 = 0$ e) $-7x - 14 = 0$ g) $-3x + 5 = 2x + 15$

b) $2x = 0$ d) $-3x + 9 = 0$ f) $5x + 17 = 2$ h) $-11+4x = -3x+10$

Inéquations du premier degré :

- ▷ Une inéquation du premier degré est une inégalité qui peut se ramener sous la forme $ax + b \bigcirc 0$ où $\bigcirc$ est un des quatre signes d'inégalité ($<$ $>$ $\leq$ $\geq$), a et b sont des nombres et x est l'inconnue.
  Remarque : le nombre le plus petit est du côté « de la pointe » du signe, par exemple $2 \leq 3$ et $7 > 1$.
- ▷ Résoudre une inéquation, c'est trouver toutes les valeurs de l'inconnue x telles que l'inégalité soit vraie.

Les règles de manipulations des inéquations sont les suivantes :

- ↪ On ne change pas une inéquation si on ajoute ou on soustrait un même nombre aux deux membres de celle-ci.
- ↪ On ne change pas une inéquation si on multiplie ou on divise par un même nombre positif les deux membres de celle-ci.
- ↪ On doit changer le sens du signe d'inégalité d'une inéquation si on multiplie ou on divise par un même nombre négatif les deux membres de celle-ci.

Exemple : Résolvons l'inéquation $-3x + 5 \leq 11$.

La méthode est encore une fois « d'isoler » l'inconnue x sur la gauche de l'inégalité.

Etape 1 :	$-3x+5 \leq 11$	On « passe » le 5 à droite en soustrayant par 5 des deux côtés.
Etape 2 :	$-3x + 5 - 5 \leq 11 - 5$	On simplifie les deux membres.
Etape 3 :	$-3 \times x \leq 6$	On « passe »le -3 à droite en divisant par -3 des deux côtés. Comme le diviseur est négatif, on change le signe d'inégalite !
Etape 4 :	$\dfrac{-3 \times x}{-3} \geq \dfrac{6}{-3}$	On simplie les deux membres.
Conclusion :	$x \geq -2$	L'ensemble des solutions de l'inéquation $-3x + 5 \leq 11$ est composé des nombres plus grands ou égaux à -2.

Exercice : Résoudre les inéquations suivantes :

a) $x + 5 \geq 0$ c) $3x + 12 \leq 0$ e) $-6x - 18 > 0$ g) $-3x + 15 \leq 2x + 5$

b) $2x < 0$ d) $-4x + 16 > 0$ f) $5x + 18 \geq 3$ h) $-12 + 3x < -4x + 9$

Exercice pour aller plus loin : En utilisant en plus la fiche sur le développement résoudre ces (in)équations :

a) $-2 \times (3x + 1) + 4x = -2x + 7$ c) $7x - 3 \times (-x + 2) < 0$ e) $-\dfrac{5}{3}(x + 3) > \dfrac{1}{3}x + 13$

b) $3 \times (2x - 1) = 5 \times (3x + 4) + 1$ d) $2\times(3x+1)-4\times(5-x) \geq 7x-3$ f) $(x + 4)(x - 6) = x^2$

Fonctions : vocabulaire et calculs

• Une **fonction** f est un procédé mathématique qui à un nombre x fait correspondre un autre nombre, noté $f(x)$.
• Pour une fonction f, x est appelée la **variable** et le nombre $f(x)$ est appelé **l'image** de x par la fonction f.
• Si f est une fonction qui à 4 fait correspondre 10, on note $f(4) = 10$ ou $f : 4 \rightarrow 10$.
On dit que : 10 est **l'image** de 4 par f et 4 est **un antécédent** de 10 par f.
• Quand on connaît l'expression de la fonction f, on peut calculer :
- **l'image** d'un nombre $\boldsymbol{a}$, en calculant $\boldsymbol{f(a)}$
- **le(s) antécédent(s)**, s'il(s) existe(nt), d'un nombre $\boldsymbol{b}$, en résolvant l'équation $\boldsymbol{f(x) = b}$

Exemples :

1. Traduis avec deux phrases contenant l'une le mot « image » et l'autre contenant le mot « antécédent » , l'égalité $f(7) = 25$.
   L'image de 7 est 25 par la fonction f et 7 est un antécédent de 25 par la fonction f.
2. Traduis les phrases « l'image de 3 par la fonction g est -5 » et « 2 a pour antécédent -8 par la fonction h ».
   Les égalités sont : $g(3) = -5$ et $h(-8) = 2$.
3. On considère la fonction k définie sur $\mathbb{R}$ par $k(x) = -3x + 5$.
   (a) Calculer l'image de 7 par la fonction k.
   On calcule : $k(7) = -3 \times 7 + 5 = -21 + 5 = -16$. Donc l'image de 7 est -16 par la fonction k.
   (b) Calculer le(s) antécédent(s), s'il(s) existe(nt), de 12 par k.
   On résout :
   $k(x) = 12 \Leftrightarrow -3x + 5 = 12 \Leftrightarrow -3x + 5 - 5 = 12 - 5 \Leftrightarrow -3x = 7 \Leftrightarrow \frac{-3x}{-3} = \frac{7}{-3} \Leftrightarrow x = \frac{-7}{3}$
   donc l'antécédent de 12 par la fonction k est $\frac{-7}{3}$.

A votre tour ...

Exercice 1 : Remplir le tableau suivant :

En français	En mathématiques
L'image de 2 est 3 par la fonction f	$f(\ \dots\ ) = \ \dots$
-5 est l'image de 6 par la fonction f	$f(\ \dots\ ) = \ \dots$
8 est un antécédent de 4 par la fonction f	$f(\ \dots\ ) = \ \dots$
7 a pour antécédent -2 par la fonction f	$f(\ \dots\ ) = \ \dots$
5 a pour ...	$f(5) = -1$
$2,7$ a pour ...	$f(6) = 2,7$
3 a pour ...	$f(\ \dots\ ) = -4$

Exercice 2 : Soit h la fonction définie par $h(x) = \dfrac{3x^2 + 1}{6 - 2x}$.

1. Calculer l'image de -1 et de 0 par la fonction h.
2. Calculer $h(2)$ et $h(-3)$.
3. Peut-on calculer $h(3)$? Justifier.

Exercice 3 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{2}{3}x + 2$.

1. Déterminer les nombres $f(-2)$, $f\left(\dfrac{1}{5}\right)$, $f(0)$ et $f\left(\dfrac{3}{4}\right)$. (écrire les résultats sous forme de fraction irréductible)
2. Déterminer le(s) antécédent(s), s'il(s) existe(nt), de 5 et de -4 par la fonction f.