

# Autotest sur les limites

## Exercice 1 : Limites en $a \in \mathbb{R}$

Déterminer les limites suivantes :

- 1)  $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - 4x + 3)$ ;
- 2)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3}{x}\right)$ ;
- 3)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left(-\frac{1}{x}\right)$ ;
- 4)  $\lim_{t \rightarrow 1} \left(\frac{1 + 3t - 2t^3}{2t^2 + 1}\right)$ ;
- 5)  $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\sqrt{\frac{1 - x^3}{x^3 + 2x^2 + 1}} + 1 + 2x\right)$ ;

- 6)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} (\sqrt{x - 2} + 1)$ ;
- 7)  $\lim_{x \rightarrow -2^+} \left(\frac{1}{-x - 2}\right)$ ;
- 8)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \left(\frac{-2}{(x - 3)(x + 2)}\right)$ ;
- 9)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{1 + 2x}{x^2 - 3x + 2}\right)$ ;
- 10)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - 1}{x - 1}\right)$ .

## Exercice 2 : Limites en l'infini

Déterminer les limites suivantes :

- 1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3 - 2\sqrt{x})$ ;
- 2)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{\sqrt{x}}{x - 1}\right)$ ;
- 3)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2}{x - 1}\right)$ ;
- 4)  $\lim_{t \rightarrow -\infty} (2 - 4t + 2t^2 - 5t^3)$ ;
- 5)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-1}{\sqrt{x} + 1} - 1\right)$ ;

- 6)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x^3 - 5x^2 + 10x + 1 - \frac{1}{x^2}\right)$ ;
- 7)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2 + 3x}{x - 2}\right)$ ;
- 8)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1 - 3x + 2x^5}{x^3 - 2}\right)$ ;
- 9)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1 + 2x + 3x^2 + 4x^5}{x^5 - 2x^4 + 3x} - 3\right)$ ;
- 10)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^4 + 3x^2 - 1}{x^3 + 2x + 1}\right)$ .

## Exercice 3 : Asymptotes

Déterminer les éventuelles asymptotes des courbes des fonctions suivantes :

- 1)  $f(x) = \frac{2}{x + 1}$ ;
- 2)  $g(t) = t^3 - 2t^2 + 1$ ;
- 3)  $h(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{x}$ ;
- 4)  $i(t) = \frac{3t - 1}{4 - t}$ ;
- 5)  $j(x) = 1 + \frac{3}{\sqrt{-x}}$ ;

- 6)  $k(x) = \frac{1 - 2x^2}{x^2 + 1}$ ;
- 7)  $l(t) = \frac{2}{(t - 2)(t + 3)}$ ;
- 8)  $m(x) = 2x - 1 + \frac{1}{x}$ ;
- 9)  $n(x) = 3x - 2 - \sqrt{x}$ ;
- 10)  $p(x) = x + \frac{3 - 2x}{x + 1}$ .

# Résultats

## Exercice 1 : Limites en $a \in \mathbb{R}$

- |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>1) <math>\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - 4x + 3) = 3;</math></p> <p>2) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3}{x}\right) = 3;</math></p> <p>3) <math>\lim_{x \rightarrow 0^-} \left(-\frac{1}{x}\right) = +\infty;</math></p> <p>4) <math>\lim_{t \rightarrow 1} \left(\frac{1 + 3t - 2t^3}{2t^2 + 1}\right) = \frac{2}{3};</math></p> <p>5) <math>\lim_{x \rightarrow -2} \left(\sqrt{\frac{1 - x^3}{x^3 + 2x^2 + 1}} + 1 + 2x\right) = 0;</math></p> | <p>6) <math>\lim_{x \rightarrow 2^+} (\sqrt{x - 2} + 1) = 1;</math></p> <p>7) <math>\lim_{x \rightarrow -2^+} \left(\frac{1}{-x - 2}\right) = -\infty;</math></p> <p>8) <math>\lim_{x \rightarrow 3^-} \left(\frac{-2}{(x - 3)(x + 2)}\right) = +\infty;</math></p> <p>9) <math>\lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{1 + 2x}{x^2 - 3x + 2}\right) = +\infty;</math></p> <p>10) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - 1}{x - 1}\right) = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 2.</math></p> |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## Exercice 2 : Limites en l'infini

- |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>1) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} (3 - 2\sqrt{x}) = -\infty;</math></p> <p>2) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{\sqrt{x}}{x - 1}\right)</math> n'existe pas, la fonction n'est pas définie pour les <math>x</math> négatifs;</p> <p>3) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2}{x - 1}\right) = 0;</math></p> <p>4) <math>\lim_{t \rightarrow -\infty} (2 - 4t + 2t^2 - 5t^3) = +\infty;</math></p> <p>5) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-1}{\sqrt{x} + 1} - 1\right) = -1;</math></p> | <p>6) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x^3 - 5x^2 + 10x + 1 - \frac{1}{x^2}\right) = +\infty;</math></p> <p>7) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2 + 3x}{x - 2}\right) = 3;</math></p> <p>8) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1 - 3x + 2x^5}{x^3 - 2}\right) = +\infty;</math></p> <p>9) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1 + 2x + 3x^2 + 4x^5}{x^5 - 2x^4 + 3x} - 3\right) = 1;</math></p> <p>10) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^4 + 3x^2 - 1}{x^3 + 2x + 1}\right) = +\infty.</math></p> |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## Exercice 3 : Asymptotes

- 1) asymptote verticale d'équation  $x = -1$ , asymptote horizontale en  $\pm\infty$  d'équation  $y = 0$ ;
- 2) pas d'asymptote;
- 3) asymptote verticale d'équation  $x = 0$ ;
- 4) asymptote verticale d'équation  $t = 4$ , asymptote horizontale en  $\pm\infty$  d'équation  $y = -3$ ;
- 5) asymptote verticale d'équation  $x = 0$ , asymptote horizontale en  $-\infty$  d'équation  $y = 1$ ;
- 6) asymptote horizontale en  $\pm\infty$  d'équation  $y = -2$ ;
- 7) asymptotes verticales d'équation  $t = 2$  et  $t = -3$ , asymptote horizontale en  $\pm\infty$  d'équation  $y = 0$ ;
- 8) asymptote verticale d'équation  $x = 0$ , asymptote oblique en  $\pm\infty$  d'équation  $y = 2x - 1$ ;
- 9) pas d'asymptote;
- 10) asymptote verticale d'équation  $x = -1$ , asymptote oblique en  $\pm\infty$  d'équation  $y = x - 2$ .