

Autotest sur la dérivation

Exercice 1 : Calculs de dérivées

Calculer les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

- 1) $f(x) = 2x^3 - x^2 + 1$;
- 2) $g(x) = x^6 - 4x^5 + x^3 - 5x + 1$;
- 3) $h(x) = \sqrt{x} + 2x$;
- 4) $i(t) = \frac{2}{t} - \frac{1}{t^2} + 3$;
- 5) $j(t) = \sqrt{2t+1} - \frac{1}{3t+1}$;
- 6) $k(x) = \frac{2x+1}{3-x}$;
- 7) $l(t) = \frac{4t^2 - 3t + 2}{2t - 1}$.

Exercice 2 : Approximation affine

Donner l'approximation affine de chaque fonction au point d'abscisse a :

- 1) $f(x) = 2x + 1$ et $a = 2$;
- 2) $g(t) = t^2 - 6t + 2$ et $a = 1$;
- 3) $h(x) = \sqrt{x+2} - 1$ et $a = 0$;
- 4) $i(x) = \frac{3x+1}{2+2x}$ et $a = 3$;
- 5) $j(t) = \frac{2}{t^3}$ et $a = -2$;
- 6) $k(t) = \cos(2t)$ et $a = \frac{\pi}{2}$.

Exercice 3 : Sens de variation

Dresser les tableaux de variations des fonctions suivantes :

Certaines valeurs de limites des tableaux du corrigé sont données à titre d'information.

- 1) $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ définie sur \mathbb{R} ;
- 2) $g(t) = \frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + 3t - \frac{1}{3}$ définie sur \mathbb{R} ;
- 3) $h(x) = \frac{1}{2}t^2 - \frac{4}{t}$ définie sur $]0; +\infty[$;
- 4) $i(t) = t + \frac{2}{t}$ définie sur $] -\infty; 0[\cup]0; +\infty[$.

Résultats

Exercice 1 : Calculs de dérivées

- 1) $f'(x) = 6x^2 - 2x$;
- 2) $g'(x) = 6x^5 - 20x^4 + 3x^2 - 5$;
- 3) $h'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + 2$;
- 4) $i'(t) = -\frac{2}{t^2} + \frac{2}{t^3}$;
- 5) $j'(t) = \frac{1}{\sqrt{2t+1}} + \frac{3}{(3t+1)^2}$;
- 6) $k'(x) = \frac{7}{(3-x)^2}$;
- 7) $l'(t) = \frac{8t^2 - 8t - 1}{(2t-1)^2}$.

Exercice 2 : Approximation affine

- 1) $y = 2x + 1$;
- 2) $y = -4t + 1$;
- 3) $y = \frac{\sqrt{2}}{2}x + \sqrt{2} - 1$;
- 4) $y = \frac{1}{16}x + \frac{17}{16}$;
- 5) $y = -\frac{3}{8}t - 1$;
- 6) $y = -2 \sin(\pi) \left(t - \frac{\pi}{2}\right) + \cos(\pi)$ c'est-à-dire $y = -1$.

Exercice 3 : Sens de variation

1)

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
$f'(x)$		$- \quad \emptyset \quad +$	
$f(x)$	$+\infty$		$+\infty$
		$\frac{2}{3}$	

2)

t	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$g'(t)$		$+ \quad \emptyset \quad - \quad \emptyset \quad +$		
$g(t)$	$-\infty$			$+\infty$
		1	$-\frac{1}{3}$	

3)

x	0	$+\infty$
$h'(x)$		$+$
$h(x)$	$-\infty$	$+\infty$

4)

t	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$
$i'(t)$		$+ \quad \emptyset \quad -$		$- \quad \emptyset \quad +$	
$i(t)$	$-\infty$				$+\infty$
		$-2\sqrt{2}$		$2\sqrt{2}$	

La fonction i étant impaire on aurait pu se contenter du tableau sur $]0; +\infty[$, l'autre partie étant obtenue par symétrie.