

Chap I : Nombres et Calculs

I. Les ensembles de nombres

1) Les entiers naturels

L'ensemble des **entiers naturels** se note \mathbb{N} , ce sont les entiers positifs.

Exemple : $0 \in \mathbb{N}$; $1 \in \mathbb{N}$; $-3 \notin \mathbb{N}$.

2) Les entiers relatifs

L'ensemble des **entiers relatifs** se note \mathbb{Z} .

Exemple : $-2 \in \mathbb{Z}$; $1 \in \mathbb{Z}$; $2.53 \notin \mathbb{Z}$.

Remarque : On a $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

3) Les nombres décimaux

Les nombres décimaux sont des nombres « à virgule » ayant un nombre fini de chiffres après la virgule. Leur ensemble se note \mathbb{D} .

Mais ceci n'est pas une « vraie » définition. D'où la définition suivante :

Définition 1 : On appelle nombre décimal tout nombre qui peut s'écrire sous la forme $\frac{a}{10^n}$ avec a un entier relatif et n un entier positif.

L'ensemble des **nombres décimaux** se note \mathbb{D} .

Exemple : $0 \in \mathbb{D}$ car $0 = \frac{0}{10}$; $5.36 \in \mathbb{D}$ car $5,36 = \frac{536}{100}$; $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$.

Remarque : On a $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D}$.

Propriété 1 : Tout nombre décimal (non nul) peut s'écrire sous la forme $a \times 10^p$ où a est un nombre décimal n'ayant qu'un chiffre autre que 0 avant la virgule et p un entier relatif. Cela s'appelle **l'écriture scientifique** du nombre.

Exemple : $125,46 = 1.2456 \times 10^2$; $0,00256 = 2,56 \times 10^{-3}$. *parler écriture calculatrice*

Remarque : L'écriture scientifique est beaucoup utilisé en sciences pour déterminer les ordres de grandeurs des nombres.

Exercice 1 : Donner l'écriture scientifique des nombres 548,568; 0,00025 et 23.

4) Les nombres rationnels

Définition 2 : On appelle nombre rationnel tout nombre qui peut s'écrire sous la forme $\frac{a}{b}$ où a est un entier relatif et b un entier naturel **non nul**.

L'ensemble des **nombres rationnels** se note \mathbb{Q} .

Exemple : $-3 \in \mathbb{Q}$ car $-3 = \frac{-3}{1}$; $5,36 \in \mathbb{Q}$ car $5,36 = \frac{536}{100}$; $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.

Remarque : On a $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$.

De plus un nombre rationnel peut s'écrire de plein de manières différentes, par exemple $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \dots$. En revanche il n'existe **qu'une seule manière** de l'écrire $\frac{a}{b}$ avec $a \wedge b = 1$.

5) Les nombres réels

Lorsque deux points (O et I) ont été choisis sur une droite, il est possible d'associer à chacun d'eux son abscisse dans le repère (O, \overrightarrow{OI}) .

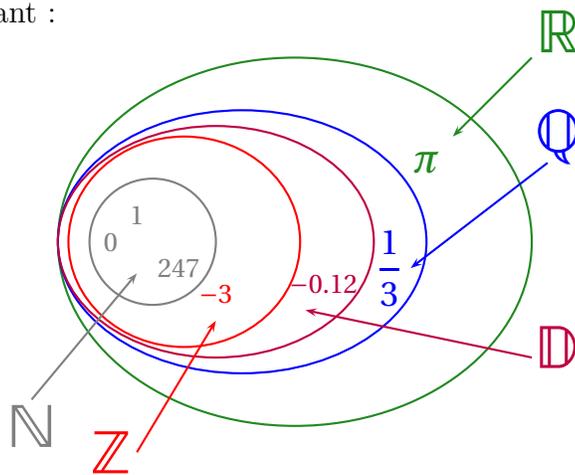


Définition 3 : L'ensemble des abscisses de tous les points M possibles s'appelle l'ensemble des **nombres réels**, on le note \mathbb{R} .

Remarque : On a encore $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ et en fait **tous** les nombres que vous connaissez sont des réels.

Exemple : $\pi \in \mathbb{R}$, $\sqrt{3} \in \mathbb{R}$.

On peut résumer tout ce que l'on vient de dire par le dessin suivant :



A présent qu'on sait classer les nombres, on peut s'intéresser à certaines particularités de ces ensembles.

II. A propos des nombres réels

1) Opérations

Il est entendu qu'il faut savoir manipuler les nombres réels, notamment savoir organiser un calcul et utiliser des racines ou des puissances.

2) Valeurs approchées

Une **valeur approchée** d'un nombre réel a (prenons comme exemple $\sqrt{2}$) est un nombre décimal « assez proche » de a .

On peut en avoir par défaut (par exemple 1,41) ou par excès (par exemple 1,42) et on peut même demander la précision. Ainsi **la** valeur approchée par défaut à 10^{-3} de $\sqrt{2}$ est 1,414.

3) Arrondi

Il existe un autre type de valeur approchée : **l'arrondi**.

Pour trouver l'arrondi à trois chiffres d'un nombre réel on regarde le quatrième chiffre après la virgule et s'il est égal à 0,1,2,3 ou 4 l'arrondi sera la valeur approchée par défaut (avec la même précision) et si le quatrième chiffre après la virgule est égal à 5,6,7,8 ou 9 on prendra alors la valeur approchée par excès.

Remarque : C'est le type de résultat que vous donne votre calculatrice.

Exemple : L'arrondi à 10^{-3} de π est 3,142.

Exercice 2 : Donner l'arrondi à 4 chiffres de $\sqrt{3}$. 1,7321

III. A propos des nombres entiers

1) Divisibilité

Définition 4 : On dit que a est **divisible** par b si la division de a par b tombe juste.

Exemple : $2|4$; $2 \nmid 5$.

Il existe des critères de divisibilité par 2, par 3 et par 5 qu'il faut connaître.

2) Nombres premiers

Définition 5 : on appelle **nombre premier** tout entier naturel qui a **exactement** deux diviseurs, 1 et lui-même.

Exemple : 2,3,5 ou 7 sont des nombres premiers mais 0 et 1 ne le sont pas.

Remarque : Par opposition un **nombre composé** est un entier naturel qui n'est pas premier.

Proposition 1 : Tout entier naturel non premier peut s'écrire (de manière « unique ») comme produit de nombres premiers.

Exemple : $60 = 2^2 \times 3 \times 5$, on dit qu'on a **décomposé** 60 en produit de nombres premiers.

Exercice 3 : Décomposer en nombres premiers les nombres $45 = 3^2 \times 5$, $78 = 2 \times 3 \times 13$ et $256 = 2^8$.