Chap I :

# Nombres et Calculs

## I. Les ensembles de nombres

### 1) Les entiers naturels

L'ensemble des entiers naturels se note $\mathbb{N}$, ce sont les entiers positifs.

**Exemple :** $0 \in \mathbb{N}$; $1 \in \mathbb{N}$; $-3 \notin \mathbb{N}$.

### 2) Les entiers relatifs

L'ensemble des entiers relatifs se note $\mathbb{Z}$.

**Exemple :** $-2 \in \mathbb{Z}$; $1 \in \mathbb{Z}$; $2.53 \notin \mathbb{N}$.

**Remarque :** On a $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

### 3) Les nombres décimaux

Les nombres décimaux sont les nombres « à virgule » ayant un nombre fini de chiffres après la virgule. Leur ensemble se note $\mathbb{D}$.

Mais ceci n'est pas une « vraie » définition. Voici la bonne :

**Définition 1 :** On appelle nombre décimal tout nombre qui peut s'écrire sous la forme $\frac{a}{10^n}$ avec $a$ un entier relatif et $n$ un entier positif.
L'ensemble des nombres décimaux se note $\mathbb{D}$.

**Exemple :** $0 \in \mathbb{D}$ car $0 = \frac{0}{10}$; $5.36 \in \mathbb{D}$ car $5,36 = \frac{536}{100}$; $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$.

**Remarque :** On a $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D}$.

**Proposition 1 :** Tout nombre décimal (non nul) peut s'écrire sous la forme $a \times 10^p$ où $a$ est un nombre décimal n'ayant qu'un chiffre (autre que 0) avant la virgule et $p$ un entier relatif. Cela s'appelle l'écriture scientifique du nombre.

**Exemple :** $125,46 = 1.2456 \times 10^2$; $0,00256 = 2,56 \times 10^{-3}$.

**Remarque :** L'écriture scientifique est beaucoup utilisé en sciences pour déterminer et comparer les ordres de grandeurs des nombres. C'est l'écriture donnée par votre calculatrice.

## 4) Les nombres rationnels

**Définition 2 :** On appelle nombre rationnel tout nombre qui peut s'écrire sous la forme $\frac{a}{b}$ où $a$ est un entier relatif et $b$ un entier naturel ***non nul***.
L'ensemble des nombres rationnels se note $\mathbb{Q}$.

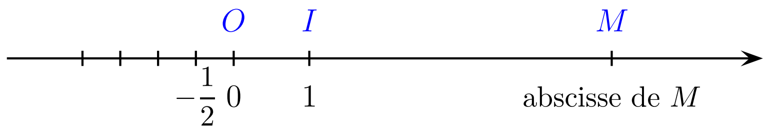
**Exemple :** $-3 \in \mathbb{Q}$ car $-3 = \frac{-3}{1}$; $5,36 \in \mathbb{Q}$ car $5,36 = \frac{536}{100}$; $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.

**Remarque :** On a $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$.

Un nombre rationnel peut s'écrire de plein de manières différentes, par exemple $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \ldots$ mais il n'existe ***qu'une seule manière*** de l'écrire $\frac{a}{b}$ avec $a$ et $b$ premiers entre eux, ici c'est $\frac{1}{2}$.
Cette écriture correspond à l'écriture la plus simplifiée possible de la fraction.

## 5) Les nombres réels

Lorsque deux points ($O$ et $I$) ont été choisis sur une droite, il est possible d'associer à chaque point de cette droite son abscisse dans le repère $(O, \overrightarrow{OI})$.

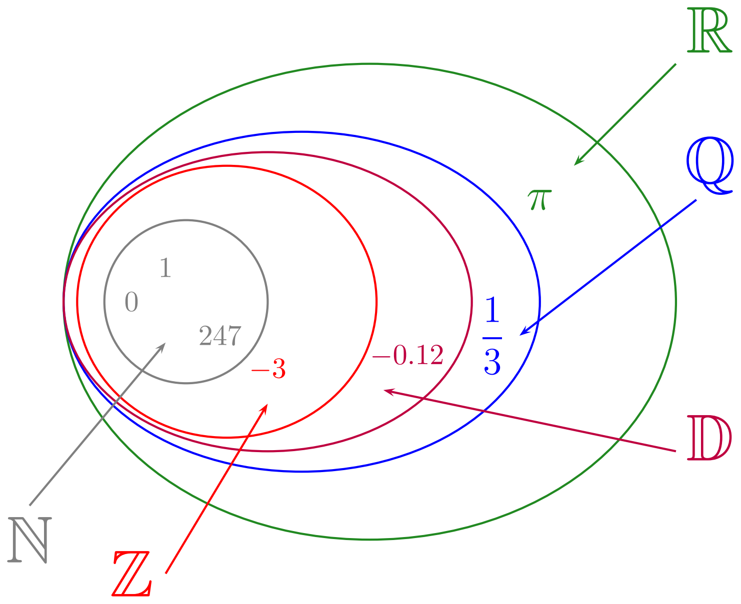



**Définition 3 :** L'ensemble des abscisses de tous les points $M$ possibles s'appelle l'ensemble des nombres réels, on le note $\mathbb{R}$.

**Remarque :** On a encore $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.
En fait ***tous*** les nombres que vous connaissez sont des réels.

**Exemple :** $\pi \in \mathbb{R}$; $\sqrt{3} \in \mathbb{R}$.

On peut résumer toutes ces définitions par le dessin suivant :




A présent qu'on sait classer les nombres, on peut s'intéresser à certaines particularités de ces ensembles.

# II. A propos des nombres réels

## 1) Valeurs approchées

Une valeur approchée d'un nombre réel $a$ (prenons comme exemple $\sqrt{2}$) est un nombre décimal « assez proche » de $a$.
On peut en avoir par défaut (par exemple 1,41) ou par excès (par exemple 1,42) et on peut même demander la précision. Ainsi ***la*** valeur approchée par défaut à $10^{-3}$ de $\sqrt{2}$ est 1,414.

## 2) Arrondi

Il existe un autre type de valeur approchée : l'arrondi.
Pour trouver l'arrondi à trois chiffres d'un nombre réel on regarde le quatrième chiffre après la virgule et s'il est égal à 0,1,2,3 ou 4 l'arrondi sera la valeur approchée par défaut (avec la même précision) et si le quatrième chiffre après la virgule est égal à 5,6,7,8 ou 9 on prendra alors la valeur approchée par excès.

**Remarque :** C'est le type de résultat que vous donne votre calculatrice.

**Exemple :** L'arrondi à $10^{-3}$ de $\pi$ est 3,142.

# III. A propos des nombres entiers

## 1) Divisibilité

**Définition 4 :** On dit que $a$ est divisible par $b$ si la division de $a$ par $b$ tombe juste.

**Exemple :** 2 divise 4 mais pas 5.

Il existe des critères de divisibilité par 2, par 3 et par 5 qu'il faut connaître.

## 2) Nombres premiers

**Définition 5 :** on appelle nombre premier tout entier naturel qui a ***exactement*** deux diviseurs, 1 et lui-même.

**Exemple :** 2,3,5 ou 7 sont des nombres premiers mais 0 et 1 ne le sont pas.

**Remarque :** Par opposition un nombre composé est un entier naturel qui n'est pas premier.

**Proposition 1 :** La décomposition en nombres premiers
Tout entier naturel non premier peut s'écrire (de manière « unique ») comme produit de nombres premiers.

Pour « décomposer » un nombre en produit de nombres premiers, on cherche d'abord des diviseurs simples de ce nombre.
Par exemple si on veut décomposer 60 on peut dire que $60 = 6 \times 10$.
Ensuite on répète l'opération sur les nouveaux nombres apparus jusqu'à ne plus avoir que des nombres premiers.
Ici on a $6 = 2 \times 3$ et $10 = 2 \times 5$ donc $60 = 2 \times 3 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5$.
On dit qu'on a *décomposé* 60 en produit de nombres premiers.

**Exemple :** On a la décomposition $980 = 10 \times 98 = (2 \times 5) \times (2 \times 49) = (2 \times 5) \times (2 \times 7 \times 7) = 2^2 \times 5 \times 7^2$.

**Remarque :** La décomposition en nombres premiers utilise les règles de calcul sur les puissances.