Corrigé Bac Blanc 2

Exercice 1 : *QCM : 5 pts* (banque d'exercices)

1) **c.**
car $\dfrac{800-200}{200} = 3 = 300\%$.

2) **d.**
Le nouveau prix est :
$P \times (1 + \dfrac{10}{100})(1 + \dfrac{5}{100}) = P \times 1,1 \times 1,05$.

3) **c.**
Au premier tour le parti avait eu $\dfrac{38}{100} \times \dfrac{60}{100}$ du nombre total de votants c'est-à-dire $22,8\%$. Au second tour il a obtenu $\dfrac{29}{100} \times \dfrac{80}{100}$ du nombre total de votants c'est-à-dire $23,2\%$. Puisque le pourcentage du nombre total de votants ayant voté pour ce parti est plus grande au second tour qu'au premier, le nombre total de voix exprimées obtenu par le parti a augmenté entre le premier et le second tour.

4) **b.**
D'après le cours puisque $0,4\%$ est un petit pourcentage, l'augmentation globale est d'environ $2 \times 0,4\%$.

5) **c.**
On appelle t ce taux. On a $\left(1 + \dfrac{t}{100}\right)^{12} = 1 + \dfrac{9}{100}$ c'est-à-dire $\dfrac{t}{100} = 1,09^{\frac{1}{12}}$ puis $t \approx 0,72$.

Exercice 2 : *Statistiques : 4 pts* (banque d'exercices)

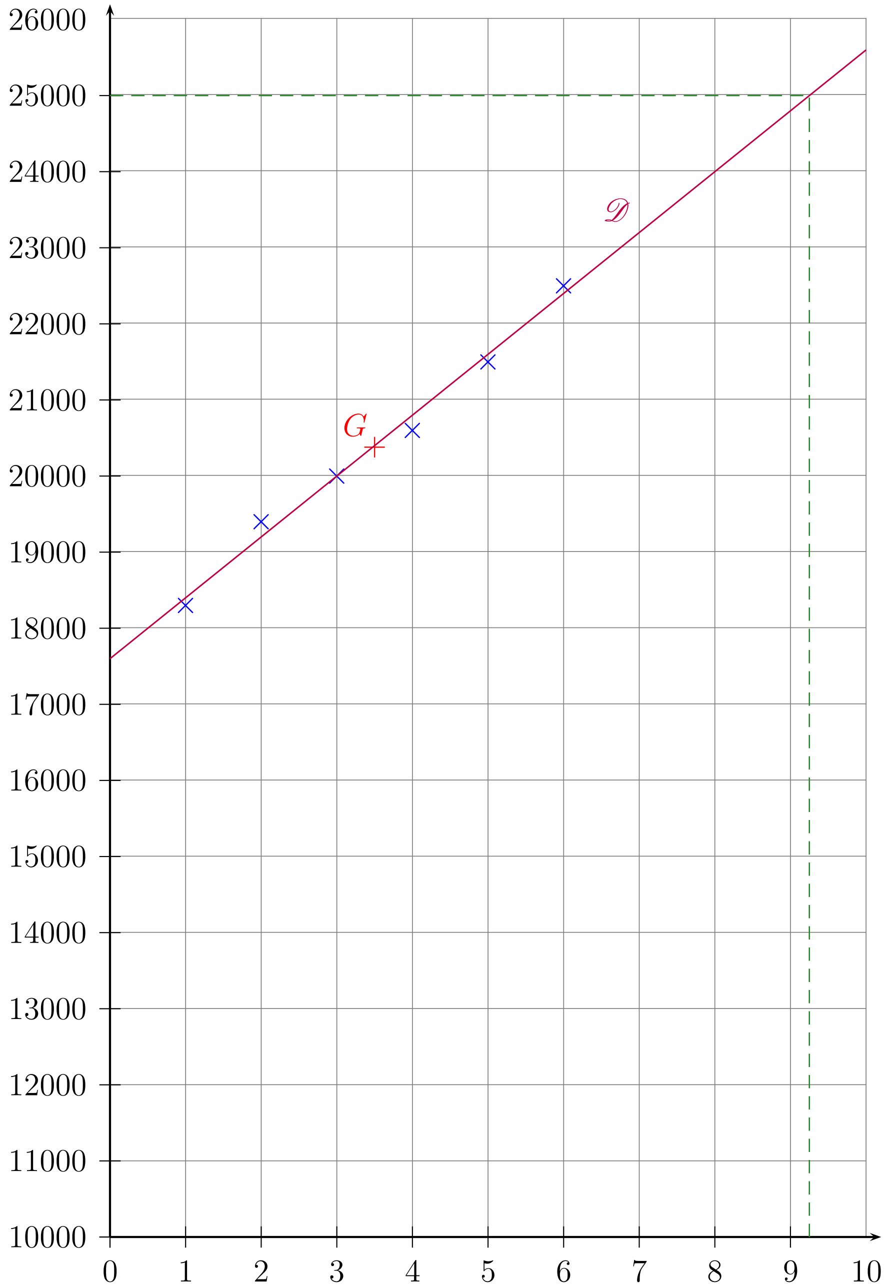
1) On représente le nuage de points sur la page ci-après (pour des raisons de place).

2) *a)* On calcule les coordonnées du point moyen G de ce nuage:
$x_G = \dfrac{1+2+3+4+5+6}{6} = 3,5$ et $y_G = \dfrac{18,3+19,4+20+20,6+21,5+22,5}{6} \approx 20,38$ et donc $G(3,5\,;\,20,38)$.

   b) A l'aide de la calculatrice on trouve l'équation de $\mathscr{D}$: $y = 0,8x + 17,6$.
   On trace cette droite dans le repère précédent.

3) *a)* On lit sur le graphique que le PIB par habitant de l'Union Européenne dépassera 25 000 dollars à partir de l'année de rang 10 c'est-à-dire 2003. On fait apparaître tous les tracés sur le graphique.

   b) En 2000 le rang est 7 et avec l'ajustement précédent on peut estimer le PIB par habitant à : $0,8 \times 7 + 17,6$ milliers de dollars c'est-à-dire 23 200 dollars.
   De même en 2003 le rang est 10 et l'estimation nous donne : $0,8 \times 10 + 17,6$ milliers de dollars c'est-à-dire 25 600 dollars.



26000
25000
24000
23000
22000
21000
20000
19000
18000
17000
16000
15000
14000
13000
12000
11000
10000
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
G
$\mathscr{D}$

Exercice 3 : ***Fonction exponentielle : 4 points*** (banque d'exercices)

1) on calcule $f'(x)$: $f'(x) = \dfrac{-2 \times \mathrm{e}^x - (-3-2x)\mathrm{e}^x}{(\mathrm{e}^x)^2} = \dfrac{-2-(-3-2x)}{\mathrm{e}^x} = \dfrac{2x+1}{\mathrm{e}^x}$.

2) Le signe de $f'(x)$ est donné par celui de son numérateur car une exponentielle est toujours strictement positive.
On cherche donc le signe de $2x+1$: $2x+1 \geqslant 0 \iff 2x \geqslant -1 \iff x \geqslant -\dfrac{1}{2}$ et on peut alors dresser le tableau de variation de f :

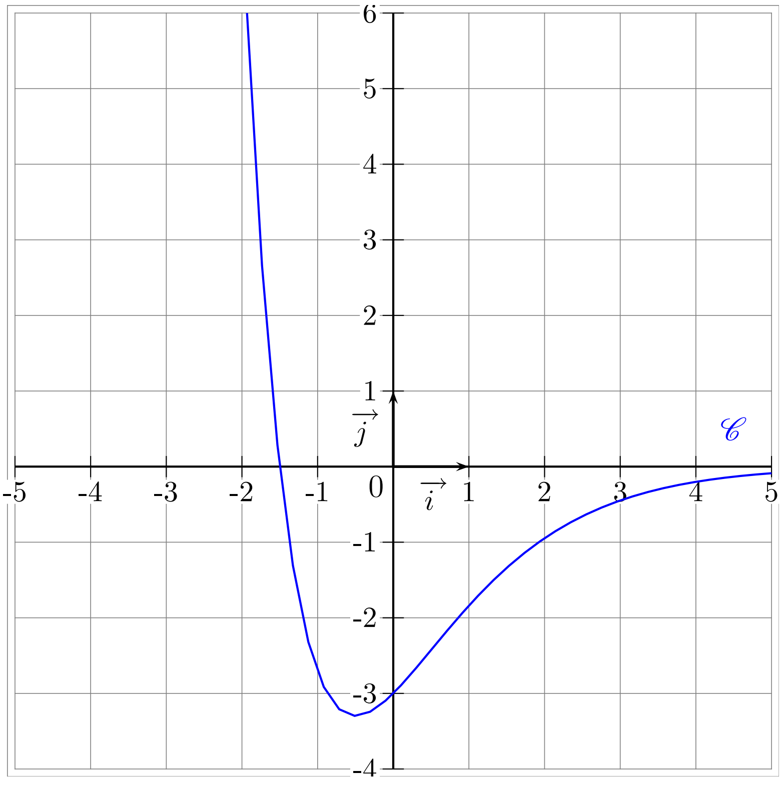
x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	↘	$-2\sqrt{\mathrm{e}}$	↗

On a : $f\left(-\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{-3+1}{\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}}} = -2\mathrm{e}^{\frac{1}{2}} = -2\sqrt{\mathrm{e}}$.

3) On résout dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) \geqslant 0$:
$\dfrac{-3-2x}{\mathrm{e}^x} \geqslant 0 \iff -3-2x \geqslant 0 \iff -2x \geqslant 3 \iff x \leqslant -\dfrac{3}{2}$.
On peut ainsi dresser le tableau de signe de f :

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	-

4) On trace la courbe $\mathscr{C}$.



Exercice 4 : ***Fonctions rationnelles : 7 pts*** (d'après Inde 2006)

Partie A

1) On a $C(0) = 0 + 0 + 900 = 900$. Puisques les frais fixes de l'artisan sont égaux à $C(0)$ ils sont égaux à 900 euros.
2) Le coût de production de 30 meubles est $C(30) = 30^2 + 50 \times 30 + 900$ c'est-à-dire 3300 euros.
3) Le coût de production par meuble, lorsque l'artisan fabrique 30 meubles vaut $\dfrac{C(30)}{30} = \dfrac{3300}{30}$ c'est-à-dire 110 euros.
4) On a $f(x) = \dfrac{C(x)}{x} = \dfrac{x^2 + 50x + 900}{x} = x + 50 + \dfrac{900}{x}$.

Partie B

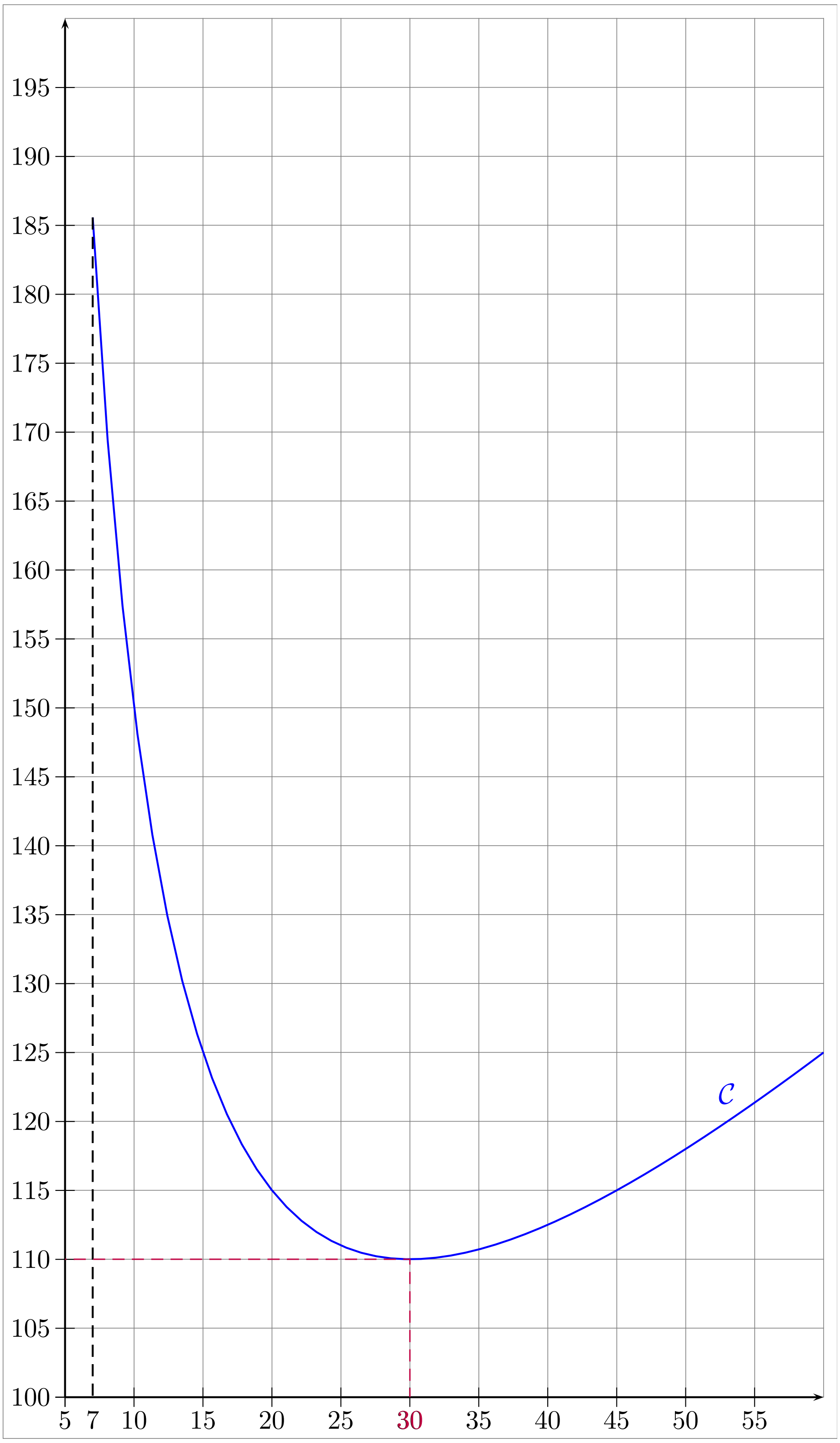
1) *a)* On calcule la dérivée de f : $\quad f'(x) = 1 - \dfrac{900}{x^2} = \dfrac{x^2 - 900}{x^2}$.

   b) On a $\dfrac{(x-30)(x+30)}{x^2} = \dfrac{x^2 - 900}{x^2}$ donc $\dfrac{(x-30)(x+30)}{x^2} = f'(x)$.
2) Le signe de $f'(x)$ est donné par celui de son numérateur car son dénominateur est toujours positif. De plus $(x + 30)$ est toujours positif sur $[7\,;60]$ et par conséquent $f'(x)$ est du signe de $(x - 30)$.
   Connaissant le signe de $(x - 30)$ on peut alors dresser le tableau de variation de f.

x	7		30		60
$(x-30)$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$185,57$	$\searrow$	110	$\nearrow$	125

   Et on a $f(7) = 7 + 50 + \dfrac{900}{7} = \dfrac{399 + 900}{7} = \dfrac{1299}{7} \approx 185,57$.
   (Ici une valeur approchée est pertinente car l'exercice est à caractère économique donc « concret ».)
   On a de plus $f(30) = 30 + 50 + \dfrac{900}{30} = 110$ et $f(60) = 60 + 50 + \dfrac{900}{60} = 125$.

3) On trace ci-dessous la courbe représentative $\mathcal{C}$ de la fonction f dans le plan muni du repère $\left(O\,;\ \overrightarrow{i}\ ;\ \overrightarrow{j}\right)$ demandé :



4) Pour que le coût unitaire moyen soit minimal il faut que $f(x)$ soit minimal c'est-à-dire que $x = 30$. Il faut alors produire 30 meubles.
Dans ce cas le coût unitaire moyen et 110 euros.