Corrigé devoir Maison 3

Exercice 1 : *Statistiques*

Partie A

1) A l'aide du tableau de l'énoncé on peut remplir le tableau suivant :

t (mois)	$[10;20[$	$[20;28[$	$[28;34[$	$[34;38[$	$[38;43]$
Effectifs	4	21	56	48	15

On veut vérifier qu'on a oublié aucun rat en recomptant : $4+21+56+48+15=144$.

2) Dans cette étude statistique la population est l'ensemble des rats du laboratoire et le caractère étudié est leur durée de vie (exprimée en classes).

3) L'étendue de cette série statistique vaut $43-10=33$. Il y a une classe modale associée à l'effectif maximal 56, c'est $[28;34[$.

4) On calcule la durée de vie moyenne de ces rats notée D, en prenant pour le calcul le milieu de chaque classe, c'est-à-dire $15; 24; 31; 36$ et $40,5$.
On a ainsi $D = \dfrac{15\times 4+24\times 21+31\times 56+36\times 48+40,5\times 15}{4+21+56+48+15} = \dfrac{4635,5}{144} \approx 32,20$.
La durée de vie moyenne de ces rats est d'environ 32,2 mois.

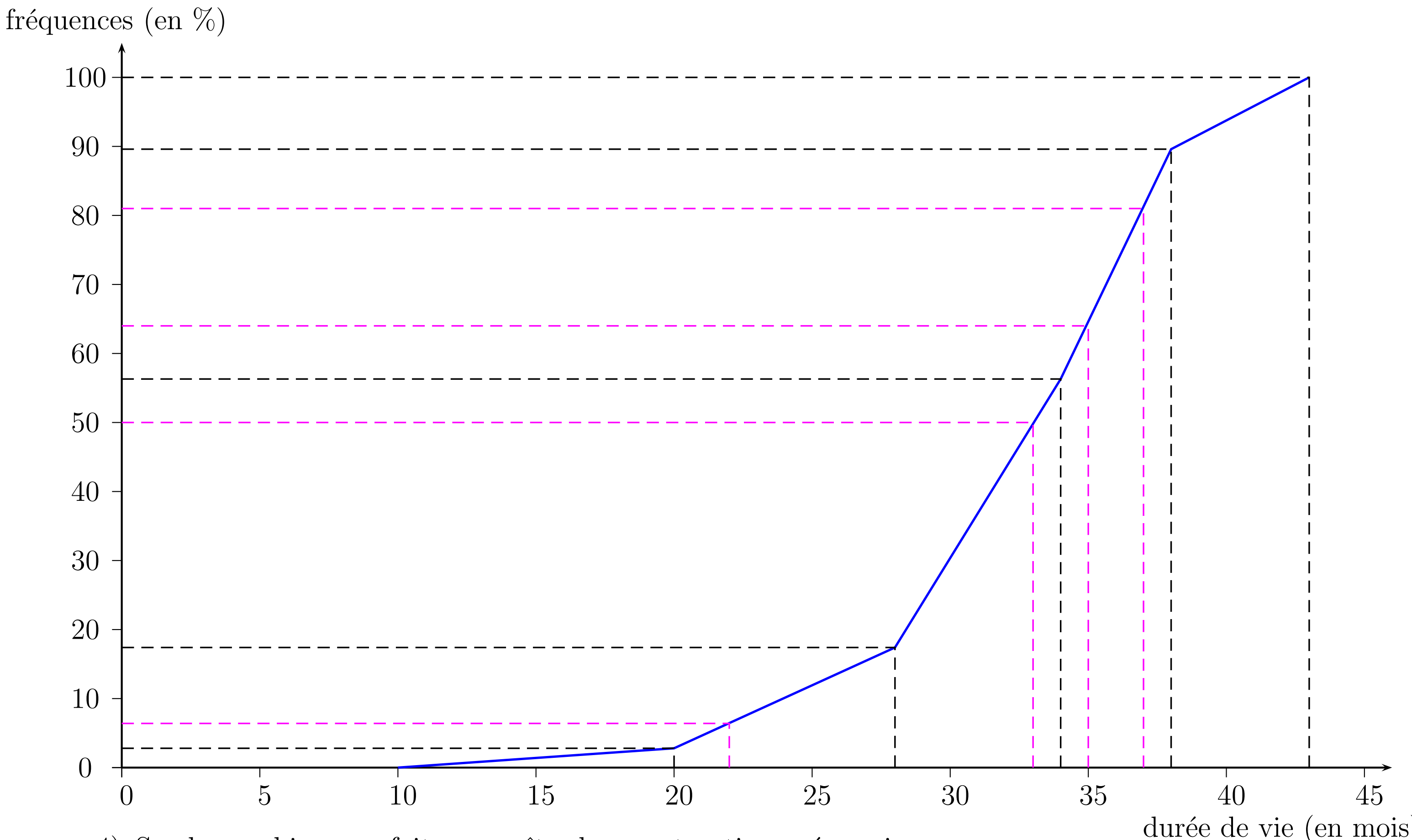
Partie B

1) Après calculs des effectifs cumulés croissants de chaque classe c'est-à-dire $0; 4; 25; 81; 129$ et 144, on complète le tableau ci-dessous en arrondissant les valeurs des fréquences à 0,1% près .

t (mois)	10	20	28	34	38	43
$F(t)$	0	2,8	17,4	56,3	89,6	100

2) On lit dans le tableau de la *Partie A* qu'il y a $48+15=63$ rats qui ont une durée de vie supérieure à 34 mois.

3) On trace le diagramme des fréquences cumulées croissantes.



4) Sur le graphique on fait apparaître les constructions nécessaires.

   a) On lit sur le graphique que le pourcentage de rats dont la durée de vie est de 35 mois est environ 64% donc le pourcentage de rats dont la durée de vie est supérieure à 35 mois est d'environ 36%.

   b) On lit sur le graphique que le pourcentage de rats dont la durée de vie est comprise entre 22 et 37 mois est d'environ $81\% - 6\% = 75\%$ par différence entre ceux dont la durée de vie est de 37 mois et ceux dont la durée de vie est de 22 mois.

   c) On lit sur le graphique que la valeur médiane est environ de 33 mois.

5) On peut donc résumer cette étude en disant que la durée de vie « moyenne » de ces rats est de 32 mois.
   La « médiane » est assez proche de la « moyenne » à 33 mois ce qui permet de dire que les durées de vie sont bien réparties autour de la « moyenne ».
   Enfin on peut remarquer que ces durées de vie « s'étendent » sur une période de 33 mois.
   La grande proximité de ces valeurs est liée à cette étude et unniquement à cette étude.

Exercice 2 : *Etude de fonctions*

Partie A

1) On lit sur le graphique que l'image par f de -1 est 3, celle de 0 est 1 et celle de 2 est 3. On les détermine en recherchant les ordonnées des points de la courbe qui ont comme abscisses respectivement -1; 0 et 2.
2) On lit sur le graphique que les antécédents par f de 1 sont -1,7; 0 et 1,7. On les détermine en cherchant les abscisses des points de la courbe d'ordonnée 1 (il y en a trois).
3) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$ sur I revient à chercher les antécédents par f de 0 et donc, en utilisant la même méthode qu'à la question précédente, on trouve trois solutions à cette équation : -1,9; 0,3 et 1,5.
4) On lit sur le graphique les variations de f sur I. On met ces résultats dans un tableau de variations :

x	-2		-1		1		2
$f(x)$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3

La double barre est ici pour préciser que la valeur -2 ne fait pas partie de l'ensemble de définition de f.

5) Résoudre graphiquement sur I l'inéquation $f(x) \leqslant 1$ revient à chercher les abscisses de tous les points de la courbe dont l'ordonnée est au dessous ou égale à 1. On lit ainsi que l'ensemble solution est $]-2; -1,7] \cup [0; 1,7]$.

Partie B

1) On a $f(1) = 1^3 - 3 \times 1 + 1 = -1$, $f(0) = 0^3 - 3 \times 0 + 1 = 1$ et $f(2) = 2^3 - 3 \times 2 + 1 = 3$. Les images par f de 1; 0 et 2 sont donc respectivement -1; 1 et 3.
2) On doit résoudre l'équation $f(x) = 1$ sur I c'est-à-dire $x^3 - 3x + 1 = 1$.
   On a $x^3 - 3x + 1 = 1 \Leftrightarrow x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 3) = 0$ or un produit de facteur est nul si et seulement si l'un de ces facteurs est nul donc soit $x = 0$, soit $x^2 - 3 = 0$.
   Puisque $x^2 - 3 = (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$ on a à nouveau un produit de facteurs nul, les solutions de $x^2 - 3 = 0$ sont ainsi $-\sqrt{3}$ et $\sqrt{3}$.
   Les antécédents par f de 1 sont donc 0; $-\sqrt{3}$ et $\sqrt{3}$.