

# Autotest sur le produit scalaire

## Exercice 1 : Calculs

Calculer, dans chacun des cas suivants, le produit scalaire  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  :

- 1) avec  $\vec{u}(2;3)$  et  $\vec{v}(1;4)$ ;
- 2) avec  $\vec{u}(\sqrt{2};\sqrt{3})$  et  $\vec{v}(\sqrt{2};-\sqrt{3})$ ;
- 3) avec  $\|\vec{u}\| = 2$  et  $\vec{v} = -3\vec{u}$ ;
- 4) avec  $\|\vec{u}\| = 2$ ,  $\|\vec{v}\| = 3$  et  $\|\vec{u} + \vec{v}\| = 5$ ;
- 5) avec  $\|\vec{u}\| = 1$ ,  $\|\vec{v}\| = 4$  et  $\|\vec{u} + \vec{v}\| = 3$ ;
- 6) avec  $\|\vec{u}\| = 3$ ,  $\|\vec{v}\| = 2$  et  $(\vec{u}; \vec{v}) = -\frac{\pi}{3}$ ;
- 7) avec  $\|\vec{u}\| = 2$ ,  $\|\vec{v}\| = 1$  et  $(\vec{v}; \vec{u}) = \frac{5\pi}{6}$ ;
- 8) avec  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  colinéaires et  $\|\vec{u}\| = 2\|\vec{v}\|$ ;
- 9) avec  $\|\vec{u}\| = 1$ ,  $(\vec{i}; \vec{u}) = \frac{\pi}{3}$  et  $\vec{v}\left(4; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ .

## Exercice 2 : Propriétés du produit scalaire

Simplifier au maximum les expressions suivantes :

- 1)  $-2\vec{u} \cdot \vec{v} - 2\vec{v} \cdot (-\vec{u})$ ;
- 2)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{AC}$ ;
- 3)  $\vec{u} \cdot 2\vec{w} - \vec{v} \cdot \vec{w} + \vec{w} \cdot (\vec{v} - 2\vec{u})$ ;
- 4)  $(\vec{u} - \vec{v}) \cdot (\vec{u} + \vec{v})$ ;
- 5)  $AB^2 + AC^2 - 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ ;
- 6)  $2\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{AB}$  avec  $G$  isobarycentre de  $A$  et  $B$ ;
- 7)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{BC}$ .

## Exercice 3 : Equations

Donner les équations des ensembles de points ci-dessous.

- 1) La droite  $\mathcal{D}_1$  qui passe par le point de coordonnées  $(2; 1)$  et de vecteur normal  $\vec{n}_1(-1; 2)$ .
- 2) La droite  $\mathcal{D}_2$  qui passe par le point de coordonnées  $(5; -3)$  et de vecteur normal  $\vec{n}_2(1; 4)$ .
- 3) La droite  $\mathcal{D}_3$  qui passe par le point de coordonnées  $(-2; 3)$  et de vecteur directeur  $\vec{u}(-1; 2)$ .
- 4) Le cercle  $\mathcal{C}_1$  de centre  $\Omega_1(1; 2)$  et de rayon 3.
- 5) Le cercle  $\mathcal{C}_2$  de centre  $\Omega_2(-2; -2)$  et de rayon  $2\sqrt{2}$ .
- 6) Le cercle  $\mathcal{C}_3$  de centre  $\Omega_3(4; 2)$  qui passe par le point  $A$  de coordonnées  $(1; 3)$ .

# Résultats

## Exercice 1 : Calculs

- 1)  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 14$  ;
- 2)  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$  ;
- 3)  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -12$  ;
- 4)  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6$  ;
- 5)  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -4$  ;
- 6)  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3$  ;
- 7)  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -\sqrt{3}$  ;
- 8)  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \pm 2$  selon que  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  aient ou non le même sens ;
- 9)  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{11}{4}$  .

## Exercice 2 : Propriétés du produit scalaire

- 1) 0 ;
- 2)  $AC^2$  ;
- 3) 0 ;
- 4)  $\|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2$  ;
- 5)  $\|\vec{AB} - \vec{AC}\|^2 = BC^2$  ;
- 6)  $3\vec{GA} \cdot \vec{AB} = -\frac{3}{2}AB^2$  ;
- 7) 0 .

## Exercice 3 : Equations

- 1)  $-x + 2y = 0$  .
- 2)  $x + 4y + 7 = 0$  .
- 3)  $-2x - y - 1 = 0$  .
- 4)  $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$  .
- 5)  $x^2 + y^2 + 4x + 4y = 0$  .
- 6)  $\Omega_3 A = \sqrt{10}$  ;  $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 10 = 0$  .