

Autotest sur les suites

Exercice 1 : Manipulation d'indices

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = u_n^2 - 3n$ pour tout n .

- 1) déterminer u_1 en fonction de u_0 , calculer u_1 puis u_2 ;
- 2) déterminer u_8 en fonction de u_6 ;
- 3) déterminer u_{n+2} en fonction de u_{n+1} puis de u_n ;
- 4) déterminer u_{n+1} en fonction de u_{n-1} (pour $n \geq 1$).

Exercice 2 : Variations de suites

Déterminer le sens de variation (éventuel) des suites suivantes :

- | | |
|---|--|
| 1) $u_n = 4n + 3$; | 4) (u_n) est positive, $u_0 = \frac{1}{4}$ et
$u_{n+1} = u_n(1 - \sqrt{u_n})$; |
| 2) $u_n = \frac{4n-1}{n+3}$; | 5) $u_0 = -1$ et $u_{n+1} = \frac{3}{4} u_n$; |
| 3) $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = u_n(1 - 3u_n)$; | 6) $u_n = (-1)^n$; |

Exercice 3 : Suites arithmétiques

Dans chacune des questions suivantes la suite concernée est arithmétique.

- 1) déterminer u_5 sachant que la raison est -2 et le premier terme est 1 ;
- 2) déterminer v_8 sachant que $v_0 = 1$ et $v_4 = -11$;
- 3) déterminer la raison de (w_n) sachant que $w_5 = 6$ et $w_8 = 12$;
- 4) déterminer le premier terme de (x_n) sachant que $x_2 = 5$ et $x_4 = 9$;
- 5) déterminer la raison de (y_n) sachant que $y_3 = 1$ et $y_4 + y_5 = 5$.

Exercice 4 : Suites géométriques

Dans chacune des questions suivantes la suite concernée est géométrique.

- 1) déterminer u_5 sachant que la raison est -2 et le premier terme est 1 ;
- 2) déterminer le premier terme de (v_n) sachant que $v_2 = 4$ et $v_3 = 1$;
- 3) déterminer la raison de (w_n) sachant que $w_5 = 6$ et $w_8 = -48$;
- 4) déterminer x_6 sachant que la raison est -5 et que $x_4 = 525$;
- 5) déterminer la raison de (y_n) sachant qu'elle est négative, que $y_3 = 1$ et que $y_4 \times y_6 = 81$.

Exercice 5 : Convergence - Divergence

Déterminer les limites (éventuelles) des suites suivantes :

- 1) $u_n = n^2 + 3n$;
- 2) $v_0 = -4$ et $v_{n+1} = 2v_n$;
- 3) $w_n = \frac{(-1)^n}{n}$;
- 4) $x_n = \frac{n+1 + \cos(n)}{n}$.

Résultats

Exercice 1 : Manipulation d'indices

- 1) $u_1 = u_0^2 - 3 \times 0 = u_0^2$, $u_1 = 4$ puis $u_2 = 13$;
- 2) $u_8 = u_7^2 - 3 \times 7 = (u_6^2 - 3 \times 6)^2 - 21 = (u_6^2 - 18)^2 - 21$;
- 3) $u_{n+2} = u_{n+1}^2 - 3(n+1)$ puis $u_{n+2} = (u_n^2 - 3n)^2 - 3(n+1)$;
- 4) $u_{n+1} = u_n^2 - 3n = (u_{n-1}^2 - 3(n-1))^2 - 3n$.

Exercice 2 : Variations de suites

- 1) (u_n) est croissante (par comparaison directe);
- 2) (u_n) est croissante (par étude de fonction);
- 3) (u_n) est décroissante (par étude de $u_{n+1} - u_n$)
 ATTENTION : on ne peut pas étudier $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ car on ne sait pas si (u_n) est positive;
- 4) (u_n) est décroissante (par étude de $\frac{u_{n+1}}{u_n}$);
- 5) (u_n) est croissante car (u_n) est géométrique (voir proposition 4);
- 6) (u_n) n'est ni croissante ni décroissante;

Exercice 3 : Suites arithmétiques

- 1) $u_5 = -9$;
- 2) $r = -3$ puis $v_8 = -23$;
- 3) 2;
- 4) $r = 2$ puis $x_0 = 1$;
- 5) $y_4 + y_5 = 2y_3 + 3r$ puis $r = 1$.

Exercice 4 : Suites géométriques

- 1) $u_5 = -32$;
- 2) $v_0 = 64$ (il faut commencer par trouver $q = \frac{1}{4}$);
- 3) $q^3 = -8$ puis $q = -2$;
- 4) $x_6 = 13125$;
- 5) $q^4 = 81$ puis $q = -3$.

Exercice 5 : Convergence - Divergence

- 1) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$;
- 2) $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty$ (voir théorème 5);
- 3) $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = 0$ (théorème des gendarmes);
- 4) $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = 1$ (théorème des gendarmes).