Autotest sur les probabilités

Exercice 1 : ***Dénombrement et français***

1) Dans un jeu de 32 cartes combien a-t-on de coeurs ? de rois ?
2) Dans une urne contenant 11 boules numérotées de 0 à 10 combien a-t-on de numéros pairs ?
3) On lance un dé à 6 faces, combien a-t-on de possibilités pour que le résultat soit au moins 2 ?
4) On lance deux dés à 6 faces, l'un rouge et l'autre bleu. Combien y-a-t-il de résultats possibles ?
5) Une urne contient 3 boules rouges notées R_1, R_2 et R_3, 2 jaunes notées J_1 et J_2 et 5 vertes notées $V_1, \ldots, V_5$. On tire une première boule et, sans la remettre, on en tire une seconde.
   a) Combien a-t-on de possibilités pour que la première boule soit rouge ?
   b) Combien a-t-on de possibilités pour que la première boule soit jaune ou rouge ?
   c) La première boule est rouge, combien a-t-on de possibilités pour que la deuxième le soit aussi ?
   d) Combien a-t-on de cas où les deux boules sont jaunes ? de cas où au moins l'une des boules est jaune ?
   e) Combien a-t-on de cas au total ?

Exercice 2 : ***Calcul des probabilités***

On tire au hasard un jeton dans une urne contenant des jetons numérotés de 0 à 20 (0 et 20 compris).
On note les événements suivants :
A : « tirer un jeton portant un numéro pair »
B : « tirer un jeton portant un numéro multiple de 3 »
C : « tirer un jeton portant un numéro avec au plus deux chiffres »
Attention : 0 est multiple de n'importe quoi.

1) Déterminer le nombre total de possibilités.
2) Déterminer la probabilités des événements suivants :
   a) A, B et C.
   b) $\overline{A}$, $\overline{B}$ et $\overline{C}$.
   c) $A \cap B$ et $A \cup B$.
   d) $\overline{A} \cap B$ et $\overline{A} \cup B$.
   e) $\overline{A} \cap \overline{B}$ et $\overline{A \cup B}$.

Résultats

Exercice 1 : ***Dénombrement et français***

1) Il y a 8 coeurs et 4 rois.
2) 6. $\{0,2,4,6,8,10\}$
3) 5. $\{2,3,4,5,6\}$
4) 36. (6×6)
5) *a)* 3. $\{R_1, R_2, R_3\}$

   b) 5. $\{R_1, R_2, R_3, J_1, J_2\}$

   c) 2. (si R_1 a été tiré au premier coup : $\{R_2, R_3\}$, si c'est R_2 qui a été tiré d'abord : $\{R_1, R_3\}$ et si c'est R_3 : $\{R_1, R_2\}$)

   d) 2 (J_1 puis J_2 et J_2 puis J_1).
   34. Si la première boule est jaune ca fait 2 cas et pour la deuxième boule ca fait 9 cas (3 rouges, la jaune qui reste et 5 vertes) donc 2×9 possibilités. Si la première boule n'est pas jaune ca fait 8 cas (3 rouges et 5 vertes) et la deuxième boule est obligatoirement jaune donc 2 cas soit 8×2 possibilités. Et au total on a $18+16=34$ possibilités.

   e) 90. On peut compter de deux façons : Il y a 10 boules possibles pour le premier tirage et il en reste 9 de possibles pour le second donc 10×9 cas.
   La deuxième façon tient compte des couleurs :
   Si la première boule est rouge, il y a 3 possibilités pour elle et donc à chaque fois 9 possibilités pour la deuxième (les 2 autres rouges, 2 jaunes et 5 vertes) soit 3×9 possibilités. Si la première est jaune, il y a 2 possibilités pour elle et donc encore 9 possibilités pour la deuxième (3 rouges, 1 jaune et 5 vertes) soit 2×9 possibilités. Enfin si la première est verte il y a 5 possibilités pour elle et encore 9 possibilités pour la deuxième (3 rouges, 2 jaunes et 4 vertes) soit 5×9 possibilités. Au total il y a donc $27+18+45=90$ possibilités.

Exercice 2 : ***Calcul des probabilités***

1) Il y a 21 possibilités car 21 jetons.
2) *a)* $P(A)=\dfrac{11}{21}$, $P(B)=\dfrac{7}{21}$ et $P(C)=\dfrac{21}{21}=1$ (tous les jetons ont au plus 2 chiffres) .

   b) $P\left(\overline{A}\right)=1-\dfrac{11}{21}=\dfrac{10}{21}$, $P\left(\overline{B}\right)=1-\dfrac{7}{21}=\dfrac{14}{21}$ et $P\left(\overline{C}\right)=1-1=0$.

   c) $P(A\cap B)=\dfrac{4}{21}$ et $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\dfrac{11}{21}+\dfrac{7}{21}-\dfrac{4}{21}=\dfrac{14}{21}$.

   d) $P\left(\overline{A}\cap B\right)=\dfrac{3}{21}$ et $P\left(\overline{A}\cup B\right)=P\left(\overline{A}\right)+P(B)-P\left(\overline{A}\cap B\right)=\dfrac{10}{21}+\dfrac{7}{21}-\dfrac{3}{21}=\dfrac{14}{21}$.

   e) $\overline{A}\cap\overline{B}$ et $\overline{A\cup B}$ sont les mêmes événements .
   De plus $P(A\cup B)=\dfrac{14}{21}$ donc $P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=P\left(\overline{A\cup B}\right)=1-\dfrac{14}{21}=\dfrac{7}{21}$.