Corrigé Bac blanc 1

Exercice 1 : *Taux d'évolution : 4 pts*

1) *a)* Au bout d'un mois le capital sera $2000 \times \left(1 + \dfrac{0,7}{100}\right)$ c'est-à-dire 2014€.

De même au bout de deux mois le capital sera $2000 \times \left(1 + \dfrac{0,7}{100}\right)^2$ c'est-à-dire 2028,10€ environ.

b) De manière plus générale au bout de n mois le capital sera $2000 \times \left(1 + \dfrac{0,7}{100}\right)^n$ ou encore $2000 \times 1,007^n$€.

c) Au bout d'une année le coefficient multiplicateur est ainsi $1,007^{12}$ (car il y a douze mois dans une année).
C'est-à-dire environ 1,087 ou encore $1 + \dfrac{8,7}{100}$.
Le taux d'évolution au bout d'un an est donc environ 8,7%.

2) *a)* De $(1+t_1)^{12} = 1,12$ on tire $1 + t_1 = 1,12^{\frac{1}{12}}$ puis $t_1 = 1,12^{\frac{1}{12}} - 1$.
A 10^{-5} près on trouve $t_1 = 0,00949$ ou encore $t_1 = 0,949\%$.

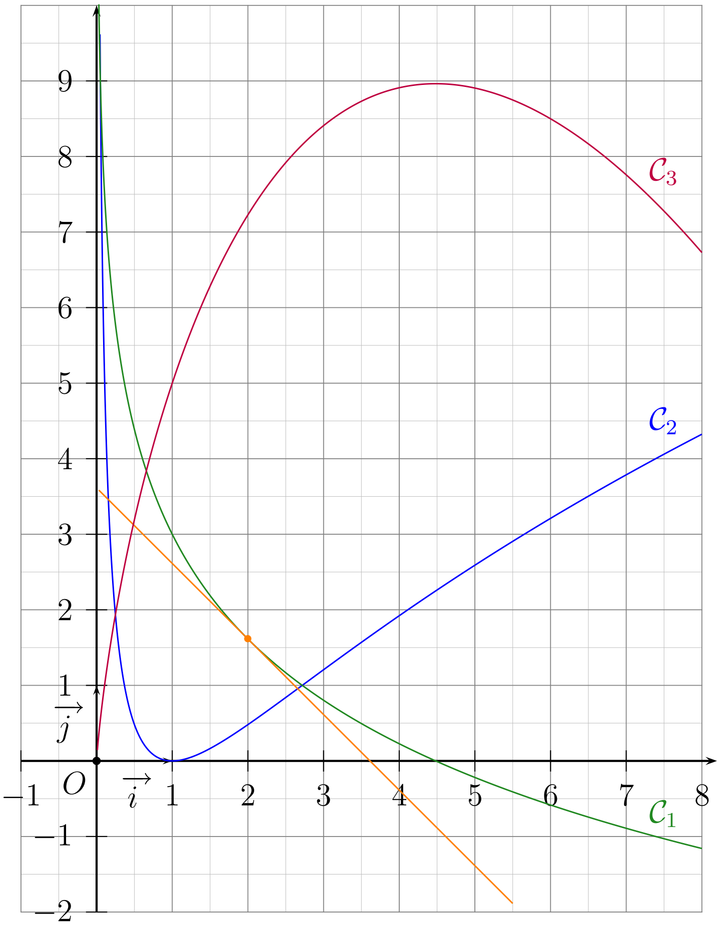
b) De $(1+t_2)^{12} = 1,03$ on tire $1 + t_2 = 1,03^{\frac{1}{12}}$ puis $t_2 = 1,03^{\frac{1}{12}} - 1$.
A 10^{-5} près on trouve $t_2 = 0,00247$ ou encore $t_2 = 0,247\%$.

c) Pour les deux premiers mois le taux annuel est de 12% donc le taux mensuel est t_1 et ainsi le coefficient multiplicateur est $(1+t_1)^2$. Pour les dix mois restants le taux annuel étant de 3% le taux mensuel est t_2 et le coefficient multiplicateur est $(1+t_2)^{10}$.
Pour l'année complète le coefficient multiplicateur est donc $(1+t_1)^2 \times (1+t_2)^{10}$ c'est-à-dire 1,045 ou encore $1 + \dfrac{4,5}{100}$.
Le taux d'évolution du capital sur un an est donc 4,5%.

Exercice 2 : *QCM : 5 pts*

1) La bonne réponse est la réponse b).
2) La bonne réponse est la réponse b).
L'équation de cette tangente est $y = (\ln)'(1)(x-1) + \ln(1)$ c'est-à-dire $y = \dfrac{1}{1}(x-1) + 0 = x - 1$.
3) La bonne réponse est la réponse c).
Pour que cette formule soit vraie, sachant que $(x-1)(x+1) = x^2 - 1$, il faut que $x - 1$ et $x + 1$ soient strictement positifs c'est-à-dire $x > 1$ et $x > -1$. La condition globale est donc $x > 1$.
4) La bonne réponse est la réponse c).
L'équation de cette tangente est $y = f'(2)(x-2) + f(2)$ c'est-à-dire $y = 8(x-2) + 5 = 8x - 11$.
5) La bonne réponse est la réponse b).
On a $\left(1 + \dfrac{t}{100}\right)^5 = 1 + \dfrac{8,9}{100}$ d'où $t \approx 1,72\%$.

Exercice 3 : ***Etude de fonctions : 6 pts***



Partie A

1) *a)* On a $f'(x) = 2 \times \dfrac{1}{x} \times \ln(x) = \dfrac{2\ln(x)}{x}$ et $g'(x) = -2 \times \dfrac{1}{x} = \dfrac{-2}{x}$ sur l'intervalle $]0\,;8]$.

b) Sur l'intervalle $]0\,;8]$ x est strictement positif donc f' est du signe de $2\ln(x)$ c'est-à-dire de $\ln(x)$ et de même g' est du signe de -2 donc négatif.
f' est donc négative sur $]0\,;1[$ et positive sur $]1\,;8]$ (elle est nulle en 1).
g' est négative sur $]0\,;8]$.

c) A l'aide des signes de f' et g' on dresse les tableaux de variations de f et g :

x	0		1		8
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	0	$\nearrow$	$f(8)$

x	0		8
$g'(x)$		$-$	
$g(x)$		$\searrow$	$g(8)$

d) On a $h(1) = 5 - 2\ln(1) = 5$.

2) La courbe $\mathcal{C}_3$ est la seule pour laquelle l'image en $x = 1$ est 5, c'est donc la courbe représentative de h. La courbe $\mathcal{C}_1$ est décroissante sur $]0\,;8]$ c'est donc la courbe de g et de même la courbe $\mathcal{C}_2$ a bien les variations de f, c'est donc sa courbe représentative.

3) L'équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_1$ au point d'abscisse 2 a pour équation
$y = g'(2)(x-2) + g(2) = \dfrac{-2}{2}(x-2) + 3 - 2\ln(2) = -x + 5 - 2\ln(2)$.
On trace cette droite sur le graphique.

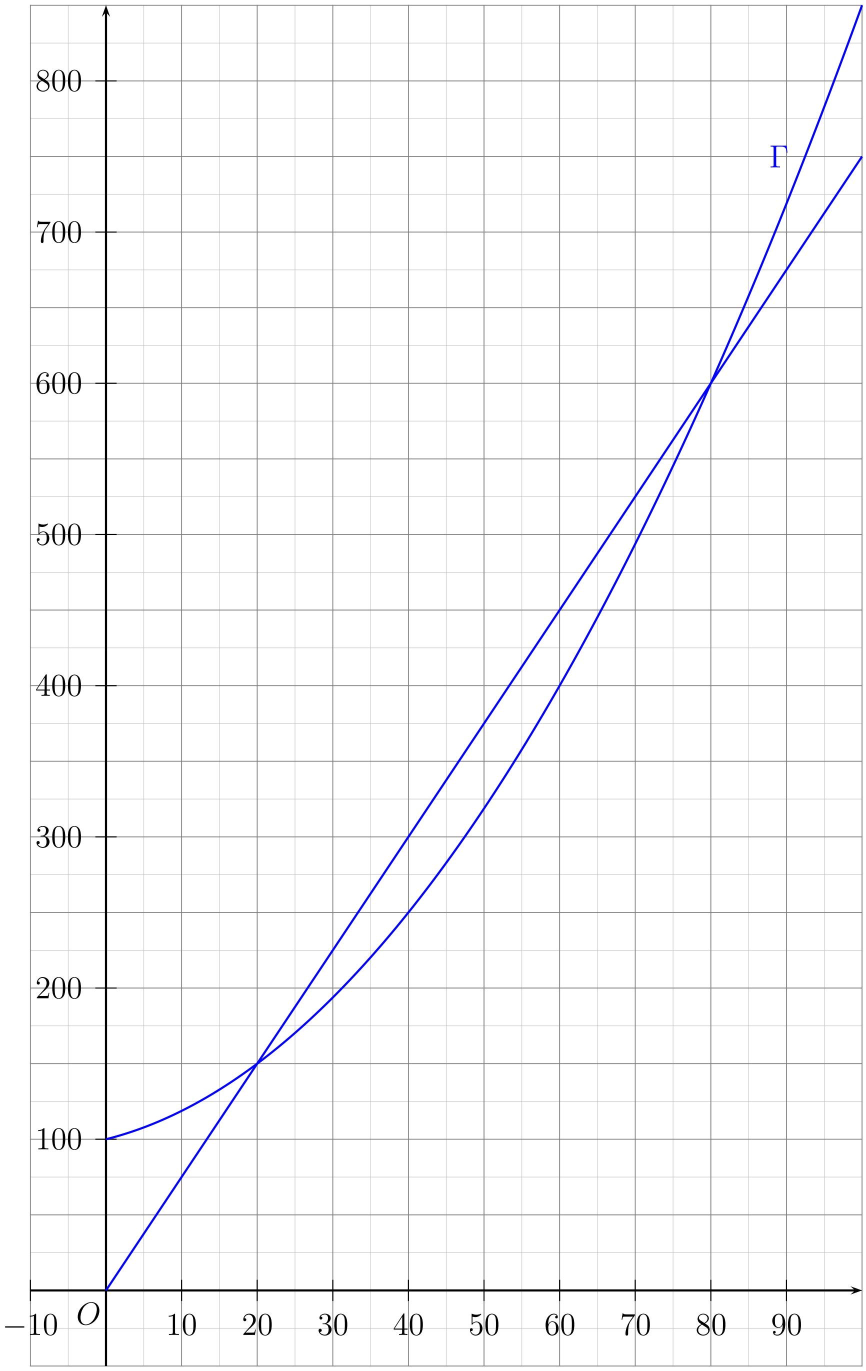
Partie B

1) On réécrit l'équation $\big(\ln(x)+3\big) \times \big(\ln(x)-1\big) = 0$: $\big(\ln(x)\big)^2 - \ln(x) + 3\ln(x) - 3 = 0$ puis $\big(\ln(x)\big)^2 + 2\ln(x) - 3 = 0$ ou encore $\big(\ln(x)\big)^2 = 3 - 2\ln(x)$ c'est-à-dire $f(x) = g(x)$.
L'équation $f(x) = g(x)$ est bien équivalente à $\big(\ln(x)+3\big) \times \big(\ln(x)-1\big) = 0$.
2) A l'aide de la question précédente on trouve qu'il faut :
soit $\ln(x) + 3 = 0$ soit $\ln(x) - 1 = 0$ c'est-à-dire $\ln(x) = -3 = -3 \times 1 = -3\ln(\mathrm{e}) = \ln\left(\mathrm{e}^{-3}\right)$ ou $\ln(x) = 1 = \ln(\mathrm{e})$ et donc les solutions de l'équation de départ sont $x = \mathrm{e}^{-3}$ et $x = \mathrm{e}$.
3) Les courbes $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ se croisent aux points d'abscisses e^{-3} et e.

Exercice 4 : *En Economie : 5 pts*

Partie A

1) *a)* On lit sur le graphique que pour une production journalière de 40 litres le coût de fabrication est 250€, pour une production de 90 litres il est de 720 €environ.
   b) La production journalière correspondant à un coût de fabrication de 525 euros est environ 73 litres.
   c) Pour que le coût de fabrication n'excède pas 400 euros la production maximale réalisable est 60 litres.
2) On trace, dans le repère de l'énoncé, la droite d'équation $y = 7,5x$.
Pour être bénéficiaire il faut que le coût de production soit inférieur au prix de vente c'est-à-dire que $C(x)$ soit inférieur à $g(x)$. L'entreprise doit ainsi fabriquer entre 20 et 80 litres de produit.



Partie B

1) Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0\,;100]$ on a :
$g(x) - C(x) = 7,5x - 0,0625x^2 - 1,25x - 100 = -0,0625x^2 + 6,25x - 100$.
Par ailleurs $56,25 - 0,0625(x-50)^2 = 56,25 - 0,0625(x^2 - 100x + 2500) = 56,25 - 0,0625x^2 + 6,25x - 156,25 = -0,0625x^2 + 6,25x - 100$.
Ainsi on a bien $g(x) - C(x) = 56,25 - 0,0625(x-50)^2$.

2) Le bénéfice est maximal pour l'entreprise lorsque $g(x) - C(x)$ est maximal. D'après la question qui précéde puisque un carré est toujours positif $g(x) - C(x) \leqslant 56,25$ et on a $g(50) - C(50) = 56,25 - 0,0625 \times 0 = 56,25$ donc le bénéfice maximal est 56,25€ atteint pour une production de 50 litres.