Corrigé Bac Blanc n°1

Exercice 1 : *Evolution du SMIC : 8 pts*

1) D'après l'énoncé, le coefficient multiplicateur entre le Smic au 1er juillet 1999 et celui au 1er juillet 2000 est $1+\dfrac{3,2}{100}$ c'est-à-dire $1,032$.

   Ainsi le Smic horaire en 1999 vaut $\dfrac{6,41}{1,032}$ c'est-à-dire $6,21$ €.

2) *a)* On recopie et compléte l'extrait de feuille de calcul ci-dessous.

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Date**	01/07/00	01/07/01	01/07/02	01/07/03	01/07/04	01/07/05
2	**Smic horaire brut**	6,41	6,67	6,83	7,19	7,61	8,03
3	**Indices**	100	104,1	106,6	112,2	118,7	125,3

   b) On peut entrer dans la cellule C3 la formule : =C2÷6,41×100.

   Attention : on ne peut pas rentrer =C2÷B2×100 car sinon en la recopiant en D3 par exemple elle deviendrait =D2÷C2×100 et non =D2÷6,41×100 .

   c) Le taux d'évolution du Smic horaire brut entre le 1er juillet 2000 et le 1er juillet 2005 vaut $\dfrac{8,03-6,41}{6,41}$ c'est-à-dire $25,3\%$.

3) On appelle t le taux d'évolution annuel moyen du Smic horaire brut.

   Si la croissance relative du Smic horaire brut avait été constante entre le 1er juillet 2000 et le 1er juillet 2005, puisqu'il y a 5 années entre 2000 et 2005, on aurait $\left(1+\dfrac{t}{100}\right)^5=1+\dfrac{25,3}{100}$.

   On aurait donc :

$$1+\frac{t}{100}=1,253^{\frac{1}{5}}=1,253^{0.2}$$
$$\frac{t}{100}=1,253^{0,2}-1$$
$$t=100\times(1,253^{0,2}-1)$$
$$t=4,61.$$

   Le taux d'évolution annuel moyen du Smic horaire brut entre le 1er juillet 2000 et le 1er juillet 2005 serait donc $4,61\%$.

Exercice 2 : *QCM : 4 pts*

1) La bonne réponse est la réponse b).

   On a $f'(x)=\dfrac{(2x+1)'\times(1-3x)-(2x+1)\times(1-3x)'}{(1-3x)^2}=\dfrac{2\times(1-3x)-(2x+1)\times(-3)}{(1-3x)^2}=\dfrac{5}{(1-3x)^2}$.

2) La bonne réponse est la réponse b).

   D'après le cours puisque $0,4\%$ *est un petit pourcentage, l'augmentation globale est d'environ* $2\times0,4\%$ *soit 0,8%.*

3) La bonne réponse est la réponse c).
L'équation de cette tangente est $y = f'(2)(x-2) + f(2)$ *c'est-à-dire , après calculs de* $f(2)$ *et de* $f'(2)$, $y = 8(x-2)+5 = 8x-11$.

4) La bonne réponse est la réponse b).
On a $\left(1+\dfrac{t}{100}\right)^5 = 1+\dfrac{8,9}{100}$ *d'où* $1+\dfrac{t}{100} = 1,089^{\frac{1}{5}} = 1,089^{0,2}$ *puis* $t \approx 1,72\%$.

Exercice 3 : ***Etude de fonction : 8 pts***

Dans une pettite entreprise, la fabrication journalière de x objets impose un coût de fabrication par objet en euros, noté $f(x)$.
Cet objet étant vendu 12€, le chiffre d'affaires en euros, réalisé par l'entreprise par la vente de x objets, est donc le nombre $g(x) = 12x$.
On définit ainsi deux fonctions f et g .
Partie A
En annexe on a tracé la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f dans un repère orthogonal ;
le nombre d'objets est placé en abscisse et le coût de fabrication en euros est porté en ordonnée.

1) Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes :
   a) On lit sur le graphique que le coût de fabrication pour une production journalière de 15 objets est environ 105 €. On a le même coût pour une production de 25 objets.
   b) On lit sur le graphique qu'un coût de fabrication de 525 € correspond à une production journalière de 42 objets environ.
   c) On lit sur le graphique que le coût de fabrication n'excède-t-il pas 305 € pour une production comprise entre 5 et 35 objets fabriqués.
2) On trace la droite d'équation $y = 12x$ dans le repère précédent.
Pour être bénéficiaire il faut que le chiffre d'affaires $g(x)$ soit supérieur au coût de fabrication $f(x)$. Autrement dit on cherche les valeurs de x pour lesquelles la courbe $\mathscr{C}$ est au dessous de la droite d'équation $y = 12x$.
Graphiquement on lit que pour être bénéficiaire l'entreprise doit fabriquer entre 12 et 40 objets .

Partie B

1) On a pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0;50]$:
$$\begin{aligned} g(x) - f(x) &= 12x - (x^2 - 40x + 480) \\ &= 12x - x^2 + 40x - 480 \\ &= -x^2 + 52x - 480. \end{aligned}$$
On a donc bien la formule demandée.
2) *a)* On calcule la fonction dérivée B' de B sur $[0;50]$:
$$\begin{aligned} B'(x) &= -\left(x^2\right)' + (52x)' - (480)' \\ &= -2x + 52\times 1 - 0 \\ &= -2x + 52 \end{aligned}$$
On a ainsi $B'(x) = -2x + 52$.

b) Etudier le signe de B' revient à résoudre l'inéquation $-2x+52 \geqslant 0$:

$$\begin{aligned} -2x+52 &\geqslant 0 \\ -2x &\geqslant -52 \\ 2x &\leqslant 52 \\ x &\leqslant \frac{52}{2} \\ x &\leqslant 26 \end{aligned}$$

Autrement dit B' est positive sur $[0;26]$ et, du coup, négative sur $[26;50]$.

On peut ainsi dresser le tableau de variations de B sur $[0;50]$.

x	0		26		50
$B'(x)$		$+$	0	$-$	
$B(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	

3) Le bénéfice maximal que l'entreprise peut réaliser est atteint lorsque $B(x)$ est maximal et donc d'après le tableau de variations pour $x=26$. Il est alors égal à $B(26) = -26^2+52\times 26-480 = 196$.

Le bénéfice maximal que l'entreprise peut réaliser est 196 € pour une production journalière de 26 objets.

Graphiquement $B(x)$ représente l'écart entre la courbe $\mathscr{C}$ et la droite d'équation $y=12x$ à l'abscisse x. Cet écart semble maximal pour x entre 25 et 30 ce qui correspond bien à nos calculs.

Annexe